Werkblad 6. Magisch vierkant

Onder een *magisch vierkant* verstaan we een vierkant met getallen (evenveel rijen als kolommen), waarbij elke rij, elke kolom en elke diagonaal dezelfde som hebben. Die som heet de *magische som*. Bekend is het 3x3-voorbeeld:

2	7	6
9	5	1
4	3	8

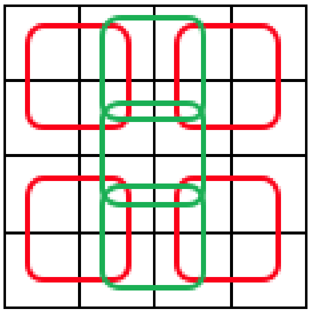
Ga na dat de magische som hiervan 15 is.

We gaan zelf 4x4-magische vierkanten maken. In de eerste rij vullen we willekeurige getallen in, bijvoorbeeld 10, 20, 30 en 40. Hiermee is de magische som vastgelegd; in dit geval 100. Hieronder zie je hoe de andere rijen kunnen worden ingevuld, zodat er een magisch vierkant ontstaat.

10	20	30	40

10	20	30	40
38	32	22	8
22	8	38	32
30	40	10	20

Ga na dat het inderdaad een magisch vierkant is: de rijsommen, kolomsommen en diagonaalsommen komen alle tien uit op 100.
Dit vierkant laat echter nog meer magische sommen zien; als je het linkerblok van 4 getallen (10, 20, 38, 32) bij elkaar optelt, is de uitkomst ook 100, net zoals de andere vierkanten die in het volgende plaatje (d.m.v. een rode of groene kring) staan aangegeven.



Let op: de groene sommen komen soms (deels) niet altijd uit!

Opdracht

a. Zoek uit hoe de truc werkt. Dat wil zeggen: als iemand vier getallen in de eerste rij zet, moet jij deze snel kunnen aanvullen tot een magisch vierkant.
Als dat gelukt is, kun je je vrienden verbazen. Laat iemand de eerste rij invullen en jij maakt er een magisch vierkant van. De truc is makkelijk te onthouden. Je moet wel even oefenen en de schema's goed in je hoofd hebben. Dan kun je de berekeningen snel uitvoeren.

b. Noem de getallen in de eerste rij a, b , c en d.
Wat zijn dan de andere twaalf getallen? Klopt het dat de zeventien sommen allemaal dezelfde magische som opleveren?
In deze opdracht is het gebruik van variabelen (liefst vier) zinvol om duidelijk te krijgen waarom het vierkant magisch is. Er wordt alleen opgeteld.
Nodig: lege vellen met 4×4-vierkanten

Verklaring

Noem de getallen die in de eerste rij gekozen worden: a, b, c, d. Vul deze vier variabelen in de tweede, derde en vierde rij in, maar in een andere volgorde. Zie het linker vierkant hieronder. Dan heb je een magisch vierkant. Ga maar na dat de rijen, kolommen en diagonalen alle tien dezelfde som geven: a+b+c+d. Bovendien hebben de zeven kleine vierkanten die met een kring waren aangegeven soms ook deze magische som.
Van dit vierkant ziet men meteen hoe het gemaakt is.
Als de magische som 0 is, zie je niet direct hoe het magische vierkant is gemaakt. Bij de 12 getallen wordt steeds iets opgeteld/afgetrokken volgens een constant schema.

a	b	c	d
d	c	b	a
b	a	d	c
c	d	a	b

+

0	0	0	0
-2	2	2	-2
2	-2	-2	2
0	0	0	0

=

a	b	c	d
$d-2$	$c+2$	$b+2$	$a-2$
$b+2$	$a-2$	$d-2$	$c+2$
c	d	a	b

Tips en variaties

De getallen in de eerste rij van het voorbeeld (10, 20, 30 en 40) zijn zo gekozen dat snel vermoed kan worden hoe de getallen in de tweede, derde en vierde rij met die in de eerste rij samenhangen. Dat is lastiger als je in de eerste rij bijvoorbeeld 8, 4, 6 en 5 invult; zie hieronder.

8	4	6	5
3	8	6	6
6	6	3	8
6	5	8	4

Alleen het middelste groene vierkant komt uit op 23, de andere 2 niet!
Op deze manier kun je er zelf een heel aantal bedenken.